

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет

Кафедра информатики и вычислительной математики

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«30» апреля 2025 г., протокол № 8

**Рабочая программа дисциплины**

**Методы оптимизации**

*(наименование дисциплины (модуля))*

Направление подготовки

***01.03.02 Прикладная математика и информатика***

*(шифр, название направления)*

направленность (профиль):

***«Системное программирование и компьютерные технологии»***

Квалификация выпускника

***Бакалавр***

Форма обучения

***Очная***

Год начала подготовки – 2025

Составитель: ст. преп. кафедры Урусова А.С.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки **01.03.02 Прикладная математика и информатика**, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 9 с изменениями и дополнениями от 26.11.2020 г., №1456, 8.02.2021 г., №83, на основании учебного плана подготовки бакалавров по направлению **01.03.02 Прикладная математика и информатика**, направленность (профиль): «**Системное программирование и компьютерные технологии**», локальных актов КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры информатики и вычислительной математики на 2025–2026 учебный год, протокол № 8 от 25 апреля 2025г.

## Оглавление

|  |    |
|--|----|
| 1. Наименование дисциплины (модуля).....   | 4  |
| 2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы .....   | 4  |
| 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы .....   | 4  |
| 4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся ..... | 5  |
| 5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....  | 6  |
| 5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах).....   | 6  |
| 6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы.....  | 8  |
| 7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, обучающихся по дисциплине (модулю) .....  | 10 |
| 7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций .....  | 10 |
| 7.2. Перевод бально-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания. ....   | 11 |
| 7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины .....   | 11 |
| 7.3.1. Перечень вопросов для экзамена.....   | 11 |
| 7.3.2. Типовые индивидуальные задания:.....  | 13 |
| 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).....  | 20 |
| 8.1. Основная литература: .....  | 20 |
| 8.2. Дополнительная литература: .....  | 20 |
| 9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля) .....  | 20 |
| 9.1. Общесистемные требования .....  | 20 |
| 9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины.....   | 21 |
| 9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.....  | 21 |
| 9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы .....  | 22 |
| 10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья .....   | 22 |
| 11. Лист регистрации изменений .....   | 23 |

## 1. Наименование дисциплины (модуля)

### Методы оптимизации

Целью изучения дисциплины является усвоение роли методов оптимизации в формировании знаний и умений по постановке и решению оптимизационных задач; формирование понимания основных принципов, лежащих в основе методов решения задач оптимизации; формирование навыков формализованного описания задач оптимизации, построения математических моделей, интерпретации результатов решения. Для достижения цели ставятся задачи:

- изучение основных классов оптимизационных задач в конечномерных пространствах;
- формирование навыков создания и использования математических моделей;
- изучение математического аппарата, необходимого для анализа и решения экстремальных задач в конечномерных пространствах, а также алгоритмов для решения основных классов оптимизационных задач.

Цели и задачи дисциплины определены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль – Общий профиль: прикладная математика и информатика

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Б1.О.18 «Методы оптимизации» относится к блоку – «Блок 1. Дисциплины (модули)», к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Дисциплина (модуль) изучается на 3 курсе в 5 семестре.

| МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП   |          |
|---|----------|
| Индекс  | Б1. О.18 |
| <b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>  |          |
| Для освоения дисциплины «Методы оптимизации» студенты используют знания, умения, способы деятельности и установки, сформированные в ходе изучения дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра и геометрия», «Дискретная математика», «Численные методы». |          |
| <b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>  |          |
| Освоение дисциплины «Методы оптимизации» является необходимой основой для последующего изучения дисциплины «Исследование операций» и другие, а также для прохождения всех видов практик.  |          |

## 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Методы оптимизации» направлен на формирование следующих компетенций обучающегося:

| Код компетенций | Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ОП ВО        | Индикаторы достижения компетенций  |
|-----------------|---|--|
| ОПК-3           | Способен применять и модифицировать математические модели для | ОПК-3.1. Знает о существующих математических моделях в различных предметных областях.<br>ОПК-3.2. Умеет применять и адаптировать |

|       |  |  |
|-------|--|--|
|       | решения задач в области профессиональной деятельности  | существующие математические модели для решения прикладных задач.<br>ОПК-3.3. Владеет методологией математического моделирования для решения профессиональных задач.  |
| ОПК-5 | Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения. | ОПК-5.1. Знает основные языки программирования и работы с базами данных, операционные системы и оболочки, современные программные среды разработки информационных систем и технологий.<br>ОПК-5.2. Умеет применять языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий для автоматизации процессов, решения прикладных задач различных классов, ведения баз данных и информационных хранилищ.<br>ОПК-5.3. Владеет навыками программирования, отладки и тестирования прототипов программно-технических комплексов задач. |

**4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 3 ЗЕТ, 108 академических часов.

| Объем дисциплины   | Всего часов              | Всего часов                |
|--|--------------------------|----------------------------|
|  | для очной формы обучения | для заочной формы обучения |
| <b>Общая трудоемкость дисциплины</b>   | 108                      | -                          |
| <b>Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)* (всего)</b>  |                          | -                          |
| <b>Аудиторная работа (всего):</b>  | 54                       | -                          |
| в том числе:   |                          |                            |
| лекции   | 18                       | -                          |
| семинары, практические занятия   | -                        | -                          |
| практикумы   | -                        | -                          |
| лабораторные работы  | 36                       | -                          |
| <b>Внеаудиторная работа:</b>   |                          |                            |
| консультация перед зачетом   | -                        | -                          |
| Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем), творческую работу (эссе), рефераты, контрольные работы и др. |                          |                            |

|  |         |   |
|--|---------|---|
| <b>Самостоятельная работа обучающихся (всего)</b>                  | 54      | - |
| <b>Контроль самостоятельной работы</b>                             | -       | - |
| <b>Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)</b> | экзамен | - |

**5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)**  
Очная форма обучения

| №<br>п/п   | Курс/<br>семестр | Раздел, тема и содержание дисциплины  | Общая<br>трудое<br>мкость<br>(в<br>часах) | Виды учебных занятий,<br>включая самостоятельную<br>работу обучающихся и<br>трудоёмкость<br><br>(в часах) |      |       |                |
|--|------------------|---|---|---|------|-------|----------------|
|  |                  |   | всего                                     | Аудиторные уч.<br>занятия   |      |       | Сам.<br>работа |
|  |                  |   |   | Лек   | Лаб. | Прак. |                |
| Раздел 1. Основы математического<br>программирования |                  |   | 12  | 2   | 4    | -     | 6              |
| 1.   | 3/5              | Тема: Элементы математического<br>анализа.<br>Содержание: Предмет и история<br>развития методов оптимизации (МО).<br>Принципы и примеры моделирования<br>экономических и технических проблем в<br>форме задач оптимизации. Постановки<br>экстремальных задач. Градиент, гессиан,<br>локальные приближения | 12  | 2   | 4    | -     | 6              |
| Раздел 2. Линейное программирование                  |                  |   | 36  | 6   | 12   | -     | 18             |
| 2.   | 3/5              | Тема: Типы задач линейного<br>программирования.<br>Содержание: Примеры задач линейного<br>программирования. Общая, стандартная<br>(симметричная), каноническая<br>(основная) задачи линейного<br>программирования.  | 12  | 2   | 4    | -     | 6              |
| 3.   | 3/5              | Тема: Графическое решение задач<br>линейного программирования.<br>Содержание: Геометрическое<br>истолкование задачи линейного<br>программирования. Задачи, содержащие<br>более двух переменных, допускающие<br>графическое решение.   | 12  | 2   | 4    | -     | 6              |
| 4.   | 3/5              | Тема: Симплекс-метод<br>Содержание: Симплекс-метод решения<br>основной задачи линейного   | 12  | 2   | 4    | -     | 6              |

|  |     |   |           |          |          |          |           |
|--|-----|---|-----------|----------|----------|----------|-----------|
|  |     | программирования. Метод Данцига   |           |          |          |          |           |
| <b>Раздел 3. Нелинейное программирование</b>   |     |   | <b>24</b> | <b>4</b> | <b>8</b> | <b>-</b> | <b>12</b> |
| 5.   | 3/5 | <b>Тема: Задачи безусловной оптимизации</b><br>1. <i>Содержание:</i> Условия экстремума задачи безусловной минимизации. Скорость сходимости последовательностей. Методы первого порядка. Теорема о скорости сходимости методов спуска. Общая схема одномерной минимизации. Методы решения задачи безусловной оптимизации. Методы нулевого порядка (Метод дихотомии, метод деления пополам, метод золотого сечения, метод Фибоначчи, методы аппроксимации)   | 12        | 2        | 4        | -        | 6         |
| 6.   | 3/5 | <b>Тема: Задачи условной оптимизации</b><br><i>Содержание:</i> Минимизация на простых множествах (необходимые условия I-го порядка, достаточные условия минимума I-го порядка). Основные методы (проекция градиента, условного градиента). Задачи с ограничениями равенствами. Правило множителей Лагранжа (необходимые условия минимума I-го порядка). Условия минимума II-го порядка (необходимые, достаточные условия). Необходимые и достаточные условия минимума для общей задачи выпуклого программирования (Теорема Куна-Таккера, теорема Куна-Таккера в терминах седловой точки). Методы решения задач условной оптимизации (метод множителей Лагранжа, метод исключений, метод штрафных функций) | 12        | 2        | 4        | -        | 6         |
| <b>Раздел 4. Динамическое программирование</b> |     |   | <b>12</b> | <b>2</b> | <b>4</b> | <b>-</b> | <b>6</b>  |
| 7.   | 3/5 | <b>Тема: Динамическое программирование.</b><br><br><i>Содержание:</i> Многошаговые процессы принятия решений. Задача динамического программирования в общем, виде, ее геометрическая и экономическая интерпретации. Принцип оптимальности. Примеры решения простейших задач методом динамического программирования. Задачи распределения ресурсов.  | 12        | 2        | 4        | -        | 6         |
| <b>Раздел 5. Вариационное исчисление</b>       |     |   | <b>12</b> | <b>2</b> | <b>4</b> | <b>-</b> | <b>6</b>  |
| 8.   | 3/5 | <b>Тема: Задачи вариационного исчисления (ВИ)</b>   | 12        | 2        | 4        | -        | 6         |

|   |              |  |            |           |           |          |           |
|---|--------------|--|------------|-----------|-----------|----------|-----------|
|   |              | <i>Содержание:</i> Постановка задачи, примеры и основные понятия ВИ. Классические задачи ВИ. Необходимые условия экстремума. Уравнение Эйлера – Лагранжа. Необходимые условия экстремума в некоторых частных случаях. Достаточные условия экстремума |            |           |           |          |           |
| <b>Раздел 6. Оптимальное управление</b> |              |  | <b>12</b>  | <b>2</b>  | <b>4</b>  | <b>-</b> | <b>6</b>  |
| 9.                                      | 3/5          | <b>Тема: Задачи оптимального управления (ОУ)</b><br><br><i>Содержание:</i> Постановки задач ОУ. Методы решения задач ОУ. Примеры   | 12         | 2         | 4         | -        | 6         |
| 10.                                     | <b>Итого</b> |  | <b>108</b> | <b>18</b> | <b>36</b> | <b>-</b> | <b>54</b> |

## 6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы

**Лекционные занятия.** Лекция является основной формой учебной работы в вузе, она является наиболее важным средством теоретической подготовки обучающихся. На лекциях рекомендуется деятельность обучающегося в форме активного слушания, т.е. предполагается возможность задавать вопросы на уточнение понимания темы и рекомендуется конспектирование основных положений лекции. Основная дидактическая цель лекции - обеспечение ориентировочной основы для дальнейшего усвоения учебного материала. Лекторами активно используются: лекция-диалог, лекция - визуализация, лекция - презентация. Лекция - беседа, или «диалог с аудиторией», представляет собой непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. Ее преимущество состоит в том, что она позволяет привлекать внимание слушателей к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей аудитории. Участие обучающихся в лекции – беседе обеспечивается вопросами к аудитории, которые могут быть как элементарными, так и проблемными.

Главной задачей каждой лекции является раскрытие сущности темы и анализ ее основных положений. Рекомендуется на первой лекции довести до внимания студентов структуру дисциплины и его разделы, а в дальнейшем указывать начало каждого раздела (модуля), суть и его задачи, а, закончив изложение, подводить итог по этому разделу, чтобы связать его со следующим. Содержание лекций определяется настоящей рабочей программой дисциплины. Для эффективного проведения лекционного занятия рекомендуется соблюдать последовательность ее основных этапов:

1. формулировку темы лекции;
2. указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;
3. изложение вводной части;
4. изложение основной части лекции;
5. краткие выводы по каждому из вопросов;
6. заключение;
7. рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

**Лабораторные работы.** Дисциплины, по которым планируются лабораторные работы, определяются учебными планами. Лабораторные работы относятся к основным

видам учебных занятий и составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки. Выполнение студентом лабораторных работ направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам дисциплин математического и общего естественно-научного, общепрофессионального и профессионального циклов;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;
- выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива. Методические рекомендации разработаны с целью единого подхода к организации и проведению лабораторных и практических занятий.

Лабораторная работа — это форма организации учебного процесса, когда студенты по заданию и под руководством преподавателя самостоятельно проводят опыты, измерения, элементарные исследования на основе специально разработанных заданий. Лабораторная работа как вид учебного занятия должна проводиться в специально оборудованных учебных аудиториях. Необходимыми структурными элементами лабораторной работы, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются инструктаж, проводимый преподавателем, а также организация обсуждения итогов выполнения лабораторной работы. Дидактические цели лабораторных занятий:

- формирование умений решать практические задачи путем постановки опыта;
- экспериментальное подтверждение изученных теоретических положений, экспериментальная проверка формул, расчетов;
- наблюдение и изучения явлений и процессов, поиск закономерностей;
- изучение устройства и работы приборов, аппаратов, другого оборудования, их испытание;
- экспериментальная проверка расчетов, формул.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского или практического занятия, что позволяет обучающимся проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

**Образовательные технологии.** При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения. Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач, публичная презентация проекта и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

## 7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, обучающихся по дисциплине (модулю)

### 7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций

| Компетенции  | Зачтено   |   |  | Не зачтено  |
|--|---|---|--|---|
|  | Высокий уровень<br>(отлично)<br>(86-100% баллов)  | Средний уровень<br>(хорошо)<br>(71-85% баллов)  | Низкий уровень<br>(удовлетворительно)<br>(56-70% баллов)   | Ниже порогового<br>уровня<br>(неудовлетворительно)<br>(до 55 % баллов)  |
| ОПК-3.<br>Способен<br>применять и<br>модифицирова<br>ть<br>математически<br>е модели для<br>решения задач<br>в области<br>профессиональ<br>ной<br>деятельности | ОПК-3.1. В полном объеме знает о существующих математических моделях в различных предметных областях.   | ОПК-3.1. Знает о существующих математических моделях в различных предметных областях.   | ОПК-3.1. В целом знает о существующих математических моделях в различных предметных областях.  | ОПК-3.1. Знает фрагментарно о существующих математических моделях в различных предметных областях.  |
|  | ОПК-3.2. В полном объеме умеет применять и адаптировать существующие математические модели для решения прикладных задач.  | ОПК-3.2. Умеет применять и адаптировать существующие математические модели для решения прикладных задач.  | ОПК-3.2. В целом умеет применять и адаптировать существующие математические модели для решения прикладных задач.   | ОПК-3.2. Не умеет применять и адаптировать существующие математические модели для решения прикладных задач.   |
|  | ОПК-3.3. В полном объеме владеет методологией математического моделирования для решения профессиональных задач.   | ОПК-3.3. Владеет методологией математического моделирования для решения профессиональных задач.   | ОПК-3.3. В целом владеет методологией математического моделирования для решения профессиональных задач.  | ОПК-3.3. Не владеет методологией математического моделирования для решения профессиональных задач.  |
| ОПК-5.<br>Способен<br>разрабатывать<br>алгоритмы и<br>компьютерные<br>программы,<br>пригодные для<br>практического<br>применения                               | ОПК-5.1. В полном объеме знает основные языки программирования и работы с базами данных, операционные системы и оболочки, современные программные среды разработки информационных | ОПК-5.1. Знает основные языки программирования и работы с базами данных, операционные системы и оболочки, современные программные среды разработки информационных | ОПК-5.1. В целом знает основные языки программирования и работы с базами данных, операционные системы и оболочки, современные программные среды разработки | ОПК-5.1. Знает фрагментарно основные языки программирования и работы с базами данных, операционные системы и оболочки, современные программные среды разработки |

|  |  |  |  |   |
|--|--|--|--|---|
|  | среды разработки информационных систем и технологий.   | систем и технологий.   | информационных систем и технологий.  | информационных систем и технологий.   |
|  | ОПК-5.2. В полном объеме умеет применять языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий для автоматизации процессов, решения прикладных задач различных классов, ведения баз данных и информационных хранилищ. | ОПК-5.2. Умеет применять языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий для автоматизации процессов, решения прикладных задач различных классов, ведения баз данных и информационных хранилищ. | ОПК-5.2. В целом умеет применять языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий для автоматизации процессов, решения прикладных задач различных классов, ведения баз данных и информационных хранилищ. | ОПК-5.2. Не умеет применять языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий для автоматизации процессов, решения прикладных задач различных классов, ведения баз данных и информационных хранилищ. |
|  | ОПК-5.3. В полном объеме владеет навыками программирования, отладки и тестирования прототипов программно-технических комплексов задач  | ОПК-5.3. Владеет навыками программирования, отладки и тестирования прототипов программно-технических комплексов задач  | ОПК-5.3. В целом владеет навыками программирования, отладки и тестирования прототипов программно-технических комплексов задач  | ОПК-5.3. Не владеет навыками программирования, отладки и тестирования прототипов программно-технических комплексов задач  |

## 7.2. Перевод бально-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания.

Порядок функционирования внутренней системы оценки качества подготовки обучающихся и перевод бально-рейтинговых показателей обучающихся в отметки традиционной системы оценивания проводится в соответствии с положением КЧГУ «Положение о бально-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся», размещенным на сайте Университета по адресу: <https://kchgu.ru/inYE-lokalnye-akty/>

## 7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины

### 7.3.1. Перечень вопросов для экзамена

ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности;

ОПК-5:Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения

1. Примеры постановок задач оптимизации
2. Формулировка задачи оптимизации. Задачи теории оптимизации
3. Понятие локального, глобального экстремума
4. Проблема существования решения (Теорема Вейерштрасса, ее
5. следствие)
6. Градиент функции. Линейное локальное представление функции
7. Гессиан. Локальное квадратичное представление функции
8. Классы функций (Выпуклые, сильновыпуклые). Свойства
9. выпуклых функций
10. Задачи поиска безусловного экстремума функции многих переменных. Условия экстремума в задаче безусловной оптимизации
11. Алгоритм решения задачи на безусловный экстремум с использованием необходимых и достаточных условий.
12. Численные методы поиска безусловного экстремума. Методы нулевого порядка
13. Метод дихотомии
14. Метод деления пополам
15. Метод золотого сечения
16. Метод Фибоначчи
17. Методы аппроксимации. Метод Пауэлла
18. Прямые методы поиска безусловного экстремума функции многих переменных.
19. Методы первого порядка. Метод градиентного спуска
20. Методы первого порядка. Метод градиентного наискорейшего спуска
21. Методы первого порядка. Метод покоординатного спуска
22. Методы первого порядка. Метод Гаусса-Зейделя
23. Методы первого порядка. Метод сопряжённых градиентов (Флетчера-Ривса)
24. Методы второго порядка. Метод Ньютона
25. Задачи нелинейного программирования при ограничениях типа равенств. Постановка задачи
26. Задачи нелинейного программирования при ограничениях типа равенств. Метод исключений
27. Задачи нелинейного программирования при ограничениях типа равенств. Метод штрафных функций
28. Задачи нелинейного программирования при ограничениях типа равенств. Метод множителей Лагранжа
29. Необходимые условия экстремума общей задачи нелинейного программирования (НЛП)
30. Примеры задач линейного программирования. Общая, стандартная (симметричная), каноническая (основная) задачи линейного программирования.
31. Методы решения задач линейного программирования. Графическое решение задачи ЛП
32. Методы решения задач линейного программирования. Симплекс – метод Данцига решения задачи ЛП
33. Необходимые и достаточные условия экстремума в задаче выпуклого программирования
34. Постановка задачи оптимального управления. Функция и уравнение Беллмана
35. Метод динамического программирования
36. Специальный класс задач динамического программирования
37. Классические задачи вариационного исчисления (ВИ).
38. Необходимые условия оптимальности в задачах ВИ.

### 39. Достаточные условия оптимальности в задачах ВИ.

#### 7.3.2. Типовые индивидуальные задания:

##### Задание №1 (ОПК-3, ОПК-5)

**Тема:** Постановка задачи линейного программирования, Приемы формализации условий задачи

##### В-1

Текстильный комбинат производит 2 вида ткани: вид А состоит из 80% шерсти и 20% синтетического волокна, вид В состоит из 20% шерсти и 80% синтетики.

Ткань производится партиями (большими рулонами, бабинами). Время изготовления каждого рулона – 2 часа времени технологического процесса. Технологический процесс может длиться сутки (24 часа). Ткацкий станок может переключаться с производства одного вида ткани на другой.

Для производства ткани вида А ткацкий станок использует 4 ед. шерстяной пряжи и 1 ед. синтетических волокон. Для производства ткани вида В – 1 ед. синтетического волокна и 4 ед. шерстяного волокна. В сутки станок расходует 36 ед. синтетического волокна и 24 ед. шерстяного волокна.

Стоимость 1 рулона ткани вида А – \$ 2000, ткани вида В – \$ 1000.

**Сколько рулонов каждого вида ткани нужно выпускать в день, чтобы выручка была максимальной?**

##### В-2

Необходимо распределить площадь пашни между двумя культурами по следующим данным:

| культура | Урожайность (ц/га) | Затраты тракторо-смен на 1га | Цена (руб. за ц) | Затраты (человеко-дней на 1 га) |
|----------|--------------------|------------------------------|------------------|---------------------------------|
| А        | 10                 | 0,1                          | 6                | 2                               |
| В        | 15                 | 0,24                         | 8                | 10                              |

Кроме того, заданы ресурсы производства:

- земли – не более 1800 га
- затраты тракторосмен – не более 300
- затраты труда человеко-дней - не более 8000
- потребности в культуре А – 10 000 ц; В – 7 500 ц

**Критерий оптимальности - максимальная прибыль от реализации.**

##### В-3

Завод производит продукцию двух видов А и В, используя сырье, запас которого составляет 570 т. Согласно плану, выпуск продукции А должен составлять не менее 60% от общего объема выпуска. Расход сырья на изготовление 1 т продукции А и В составляет соответственно 10 и 70 т. стоимость 1 т продукции А и В соответственно 3 и 8 тыс. руб.

**Определить план выпуска продукции А и В, при котором стоимость выпуска продукции будет максимальной.**

| вариант     | Вид ресурса | Объем ресурса | Норма расхода на 1 т изделия |    | Стоимость 1т изделия |   |
|-------------|-------------|---------------|------------------------------|----|----------------------|---|
| Вид изделий |             |               | А                            | В  | А                    | В |
| 1           | алюминий    | 570           | 10                           | 70 | 3                    | 8 |

**В-4**

Завод производит продукцию двух видов А и В, используя сырье, запас которого составляет 570 т. Согласно плану, выпуск продукции А должен составлять не менее 60% от общего объема выпуска. Расход сырья на изготовление 1 т продукции А и В составляет соответственно 10 и 70 т. стоимость 1 т продукции А и В соответственно 3 и 8 тыс. руб.

**Определить план выпуска продукции А и В, при котором стоимость выпуска продукции будет максимальной.**

| вариант            | Вид ресурса | Объем ресурса | Норма расхода на 1 т изделия |   | Стоимость 1т изделия |   |
|--------------------|-------------|---------------|------------------------------|---|----------------------|---|
| <b>Вид изделий</b> |             |               | А                            | В | А                    | В |
| 1                  | медь        | 390           | 2                            | 1 | 2                    | 3 |

**В-5**

Хозяйству требуется приобрести два вида азотных удобрений: А – аммиачную селитру, В – сульфат аммония . Удобрения вида А необходимо иметь не более 15 т, а удобрения вида В не более 10 т.

Содержание действующего вещества для А и для В соответственно 35% и 25 %.  
Отпускная оптовая цена удобрения А –53 руб, В – 35 руб за тонну.

Хозяйство может выделить на приобретение удобрений 600 руб.

**Сколько тонн каждого вида удобрений следует приобрести, чтобы общая масса действующего вещества была максимальной?**

**В-6**

В хозяйстве установили, что откорм животных выгоден только тогда, когда животные будут получать в дневном рационе не менее 10 ед. питательного вещества А, не менее 16 ед. вещества В и не менее 5 ед. вещества С. Для откорма животных используют два вида корма. Содержание питательных веществ в 1 кг каждого вида корма, а также цена 1 кг корма (руб.) величины известные и приведены в таблице:

| Питательные вещества | Корма |    | Дневная норма |
|----------------------|-------|----|---------------|
|                      | I     | II |               |
| А                    | 1     | 2  | 10            |
| В                    | 3     | 2  | 16            |
| С                    | 0     | 3  | 5             |
| ЦЕНА кормов          | 5     | 4  |               |

**Установить, какое количество корма каждого вида необходимо расходовать ежедневно, чтобы затраты на его приобретение были минимальными.**

**В-7**

Для производства столов и шкафов мебельная фабрика использует необходимые ресурсы. Нормы затрат ресурсов на одно изделие данного вида, прибыль от реализации одного изделия и общее количество имеющихся ресурсов каждого вида приведены в следующей таблице:

| Ресурсы                                     | Нормы затрат ресурсов на одно изделие |      | Общее количество ресурсов |
|---|---------------------------------------|------|---------------------------|
|   | стол                                  | шкаф |                           |
| Древесина (м <sup>3</sup> )                 |                                       |      |                           |
| I вида                                      | 0,2                                   | 0,1  | 40                        |
| II вида                                     | 0,1                                   | 0,3  | 60                        |
| трудоемкость (чел-час)                      | 1,2                                   | 1,5  | 371,4                     |
| Прибыль от реализации одного изделия (руб.) | 6                                     | 8    |                           |

**Определить, сколько столов и шкафов фабрике следует изготовить, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.**

#### **В-8**

Для производства двух видов изделий А и В используется токарное, фрезерное и шлифовальное оборудование. Нормы затрат времени для каждого из типов оборудования на одно изделие данного вида приведены ниже в таблице. В ней же указан общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия.

| Тип оборудования                            | Затраты времени (станко-часов) на обработку одного изделия |    | Общий фонд полезного рабочего времени оборудования (ч) |
|---|--|----|--|
|   | А  | В  |  |
| фрезерное                                   | 10   | 8  | 168  |
| токарное                                    | 5  | 10 | 180  |
| шлифовальное                                | 6  | 12 | 144  |
| Прибыль от реализации одного изделия (руб.) | 14   | 18 |  |

**Найти план выпуска изделий А и В, обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации.**

#### **В-9**

На мебельной фабрике из стандартных листов фанеры необходимо вырезать заготовки трех видов в количествах, соответственно равных 24, 31, 18 шт. Каждый лист фанеры может быть разрезан на заготовки двумя способами. Количество получаемых заготовок при данном способе раскроя приведено в таблице. В ней же указана величина отходов, которые получаются при данном способе раскроя одного листа фанеры.

| Вид заготовки                      | Количество заготовок (шт.) при раскрое по способу |    |
|------------------------------------|---|----|
|                                    | 1   | 2  |
| I                                  | 2   | 6  |
| II                                 | 5   | 4  |
| III                                | 2   | 3  |
| Величина отходов(см <sup>3</sup> ) | 12  | 16 |

**Определить, сколько листов фанеры и по какому способу следует раскроить так, чтобы было получено не меньше нужного количества заготовок при минимальных отходах.**

#### **В-10**

На звероферме могут выращивать черно-бурых лисиц и песцов. Для обеспечения нормальных условий их выращивания используют три вида кормов. Количество корма каждого вида, которое должны получать лисицы и песцы, приведено в таблице. В ней же указаны общее количество корма каждого вида, которое может быть использовано зверофермой, и прибыль от реализации одной шкурки лисицы и песца.

| Вид корма                                 | Количество единиц корма, которое ежедневно должны получать |       | Общее количество корма |
|---|--|-------|------------------------|
|   | лисица   | песец |                        |
| I   | 2  | 3     | 180                    |
| II  | 4  | 1     | 240                    |
| III                                       | 6  | 7     | 426                    |
| Прибыль от реализации одной шкурки (руб.) | 16   | 12    |                        |

*Определить, сколько лисиц и песцов следует выращивать на звероферме, чтобы прибыль от реализации их шкурок была максимальной.*

### Задание №2(ОПК-3, ОПК-5)

**Тема: Решение задачи линейного программирования графическим методом**

|   |   |
|---|---|
| <b>1</b><br>$f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$-x_1 + x_2 \leq 3,$<br>$5x_1 + 3x_2 \leq 97,$<br>$x_1 + 7x_2 \geq 77,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$      | <b>2</b><br>$f = x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$3x_1 - x_2 \geq 9,$<br>$2x_1 + 3x_2 \leq 50,$<br>$-x_1 + 4x_2 \geq 19,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$        |
| <b>3.</b><br>$f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$x_1 + 4x_2 \leq 53,$<br>$x_1 - x_2 \leq 3,$<br>$7x_1 + 3x_2 \geq 71,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$      | <b>4.</b><br>$f = 5x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$6x_1 - 5x_2 \geq 17,$<br>$x_1 + 2x_2 \leq 34,$<br>$-4x_1 + 9x_2 \geq 17,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$    |
| <b>5.</b><br>$f = 5x_1 + 7x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$-3x_1 + 14x_2 \leq 78,$<br>$5x_1 - 6x_2 \leq 26,$<br>$x_1 + 4x_2 \geq 26,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ | <b>6.</b><br>$f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$11x_1 - 3x_2 \geq 24,$<br>$9x_1 + 4x_2 \leq 110,$<br>$-2x_1 + 7x_2 \geq 15,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ |
| <b>7.</b><br>$f = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$-4x_1 + 5x_2 \leq 29,$<br>$3x_1 - x_2 \leq 14,$<br>$5x_1 + 2x_2 \geq 38,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$  | <b>8.</b><br>$f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$2x_1 - x_2 \geq 4,$<br>$x_1 + 3x_2 \leq 37,$<br>$-4x_1 + 9x_2 \geq 20,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$      |
| <b>9.</b><br>$f = 5x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$10x_1 - x_2 \geq 57,$<br>$2x_1 + 3x_2 \leq 53,$<br>$6x_1 - 7x_2 \leq 15,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$   | <b>10.</b><br>$f = x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$4x_1 - x_2 \geq 6,$<br>$9x_1 + 8x_2 \leq 157,$<br>$-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$    |
| <b>11.</b><br>$f = 7x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$-x_1 + x_2 \leq 3,$<br>$5x_1 + 3x_2 \leq 97,$<br>$x_1 + 7x_2 \geq 77,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$    | <b>12.</b><br>$f = 6x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$3x_1 - x_2 \geq 9,$<br>$2x_1 + 3x_2 \leq 50,$<br>$-x_1 + 4x_2 \geq 19,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$      |

|   |   |
|---|---|
| <b>13.</b><br>$f = x_1 + 7x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$x_1 + 4x_2 \leq 53,$<br>$x_1 - x_2 \leq 3,$<br>$7x_1 + 3x_2 \geq 71,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$      | <b>14.</b><br>$f = x_1 + 9x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$6x_1 - 5x_2 \geq 17,$<br>$x_1 + 2x_2 \leq 34,$<br>$-4x_1 + 9x_2 \geq 17,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$    |
| <b>15.</b><br>$f = x_1 + 8x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$-3x_1 + 14x_2 \leq 78,$<br>$5x_1 - 6x_2 \leq 26,$<br>$x_1 + 4x_2 \geq 26,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ | <b>16.</b><br>$f = 7x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$11x_1 - 3x_2 \geq 24,$<br>$9x_1 + 4x_2 \leq 110,$<br>$-2x_1 + 7x_2 \geq 15,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ |
| <b>17.</b><br>$f = 3x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$-4x_1 + 5x_2 \leq 29,$<br>$3x_1 - x_2 \leq 14,$<br>$5x_1 + 2x_2 \geq 38,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$  | <b>18.</b><br>$f = x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$2x_1 - x_2 \geq 4,$<br>$x_1 + 3x_2 \leq 37,$<br>$-4x_1 + 9x_2 \geq 20,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$      |
| <b>19.</b><br>$f = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$10x_1 - x_2 \geq 57,$<br>$2x_1 + 3x_2 \leq 53,$<br>$6x_1 - 7x_2 \leq 15,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ | <b>20.</b><br>$f = 8x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{extr}$<br>$4x_1 - x_2 \geq 6,$<br>$9x_1 + 8x_2 \leq 157,$<br>$-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$<br>$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$  |

### Задание №3(ОПК-3, ОПК-5)

Тема: Решение задачи линейного программирования симплекс – методом Данцига

| Варианты  |   |
|---|---|
| <b>1.</b> $-x_1 + x_2 \leq 3,$<br>$5x_1 + 3x_2 \leq 97,$<br>$x_1 + 7x_2 \geq 77,$<br>$f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \text{extr.}$     | <b>2.</b> $3x_1 - x_2 \geq 9,$<br>$2x_1 + 3x_2 \leq 50,$<br>$-x_1 + 4x_2 \geq 19,$<br>$f = x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{extr.}$       |
| <b>3.</b> $x_1 + 4x_2 \leq 53,$<br>$x_1 - x_2 \leq 3,$<br>$7x_1 + 3x_2 \geq 71,$<br>$f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr.}$      | <b>4.</b> $6x_1 - 5x_2 \geq 17,$<br>$x_1 + 2x_2 \leq 34,$<br>$-4x_1 + 9x_2 \geq 17,$<br>$f = 5x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr.}$    |
| <b>5.</b> $-3x_1 + 14x_2 \leq 78,$<br>$5x_1 - 6x_2 \leq 26,$<br>$x_1 + 4x_2 \geq 26,$<br>$f = 5x_1 + 7x_2 \rightarrow \text{extr.}$ | <b>6.</b> $11x_1 - 3x_2 \geq 24,$<br>$9x_1 + 4x_2 \leq 110,$<br>$-2x_1 + 7x_2 \geq 15,$<br>$f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr.}$ |

|   |  |
|---|--|
| <b>7.</b> $-4x_1 + 5x_2 \leq 29,$<br>$3x_1 - x_2 \leq 14,$<br>$5x_1 + 2x_2 \geq 38,$<br>$f = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr.}$<br><b>9.</b> $10x_1 - x_2 \geq 57,$<br>$2x_1 + 3x_2 \leq 53,$<br>$6x_1 - 7x_2 \leq 15,$<br>$f = 5x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr.}$ | <b>8.</b> $2x_1 - x_2 \geq 4,$<br>$x_1 + 3x_2 \leq 37,$<br>$-4x_1 + 9x_2 \geq 20,$<br>$f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr.}$<br><b>10.</b> $4x_1 - x_2 \geq 6,$<br>$9x_1 + 8x_2 \leq 157,$<br>$-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$<br>$f = x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr.}$ |
| <b>11.</b> $-x_1 + x_2 \leq 3,$<br>$5x_1 + 3x_2 \leq 97,$<br>$x_1 + 7x_2 \geq 77,$<br>$f = 7x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr.}$  | <b>12.</b> $3x_1 - x_2 \geq 9,$<br>$2x_1 + 3x_2 \leq 50,$<br>$-x_1 + 4x_2 \geq 19,$<br>$f = 6x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr.}$   |
| <b>13.</b> $x_1 + 4x_2 \leq 53,$<br>$x_1 - x_2 \leq 3,$<br>$7x_1 + 3x_2 \geq 71,$<br>$f = x_1 + 7x_2 \rightarrow \text{extr.}$  | <b>14.</b> $6x_1 - 5x_2 \geq 17,$<br>$x_1 + 2x_2 \leq 34,$<br>$-4x_1 + 9x_2 \geq 17,$<br>$f = x_1 + 9x_2 \rightarrow \text{extr.}$   |
| <b>15.</b> $-3x_1 + 14x_2 \leq 78,$<br>$5x_1 - 6x_2 \leq 26,$<br>$x_1 + 4x_2 \geq 26,$<br>$f = x_1 + 8x_2 \rightarrow \text{extr.}$   | <b>16.</b> $11x_1 - 3x_2 \geq 24,$<br>$9x_1 + 4x_2 \leq 110,$<br>$-2x_1 + 7x_2 \geq 15,$<br>$f = 7x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr.}$  |
| <b>17.</b> $-4x_1 + 5x_2 \leq 29,$<br>$3x_1 - x_2 \leq 14,$<br>$5x_1 + 2x_2 \geq 38,$<br>$f = 3x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr.}$  | <b>18.</b> $2x_1 - x_2 \geq 4,$<br>$x_1 + 3x_2 \leq 37,$<br>$-4x_1 + 9x_2 \geq 20,$<br>$f = x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr.}$   |
| <b>19.</b> $10x_1 - x_2 \geq 57,$<br>$2x_1 + 3x_2 \leq 53,$<br>$6x_1 - 7x_2 \leq 15,$<br>$f = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr.}$   | <b>20.</b> $4x_1 - x_2 \geq 6,$<br>$9x_1 + 8x_2 \leq 157,$<br>$-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$<br>$f = 8x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{extr.}$   |

#### Задание №4(ОПК-3, ОПК-5)

##### Тема 1: Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума

**Дано:**

$$f(X) = Nx^2 + My^2 + 2x \cdot y + 20x + 10y + 2 \rightarrow \text{extr}$$

**Задание:**

Аналитически отыскать экстремум функции двух переменных (с использованием аппарата необходимых и достаточных условий экстремума). (N – предпоследняя цифра зачётки, M – последняя цифра зачётки)

##### Тема 2: Необходимые и достаточные условия условного экстремума

**Дано:**

$$f(X) = Nx^2 + My^2 + 2x \cdot y + 20x + 10y + 2 \rightarrow \text{extr}$$

$$2x + y = -1$$

**Задание.**

а) Решить задачу графически  
(с использованием аппарата необходимых и достаточных условий экстремума). (N – предпоследняя цифра зачётки, M – последняя цифра зачётки)

### **Тема 3: Численные методы поиска безусловного экстремума**

**Дано:**

$$f(x) = x^4 + x^2 + x + 1$$

**Задание.**

Найти точку минимума  $x^*$  функции  $f(x)$  на отрезке  $[a, b] = [-1, 0]$  с точностью  $\epsilon = 0,003$  и минимальное значение  $f_{\min}$

1. Методом половинного деления;
2. Методом золотого сечения;
3. Методом Фибоначчи.

### **Тема 4: Методы безусловной минимизации функции многих переменных 1-го порядка**

**Дано:**

$$f(X) = Nx^2 + My^2 + 2x \cdot y + 20x + 10y + 2 \rightarrow \text{extr}$$

**Задание:**

- a) Сделать три итерации **методом градиентного спуска** из начальной точки  $X^0 = (-1, -2)$  в направлении экстремума
- b) Сделать одну итерацию **методом наискорейшего спуска** из начальной точки  $X^0 = (-1, -2)$  в направлении экстремума
- c) Сделать две итерации **методом сопряженных градиентов** из начальной точки  $X^0 = (-1, -2)$  в направлении экстремума  
(с использованием аппарата необходимых и достаточных условий экстремума). (N – предпоследняя цифра зачётки, M – последняя цифра зачётки)

### **Тема 5: Методы безусловной минимизации функции многих переменных 2-го порядка**

**Дано:**

$$f(X) = Nx^2 + My^2 + 2x \cdot y + 20x + 10y + 2 \rightarrow \text{extr}$$

**Задание.**

- a) Аналитически отыскать экстремум функции двух переменных
- b) Сделать три итерации **методом градиентного спуска** из начальной точки  $X^0 = (-1, -2)$  в направлении экстремума
- c) Сделать одну итерацию **методом наискорейшего спуска** из начальной точки  $X^0 = (-1, -2)$  в направлении экстремума
- d) Сделать две итерации **методом сопряженных градиентов** из начальной точки  $X^0 = (-1, -2)$  в направлении экстремума
- e) Сделать одну итерацию **методом Ньютона** из начальной точки  $X^0 = (0, 0)$  в направлении экстремума (с использованием аппарата необходимых и достаточных условий экстремума). (N – предпоследняя цифра зачётки, M – последняя цифра зачётки)

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

### **8.1. Основная литература:**

1. Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи: учебное пособие / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. - 3-е изд., испр. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 256 с. - ISBN 978-5-9221-0992-5. - URL: <https://znanium.ru/read?id=168096>  
– Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный.
2. Сдвижков, О. А. Практикум по методам оптимизации: учебное пособие / О. А. Сдвижков. - Москва: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2020. - 231 с. - ISBN 978-5-9558-0372-2. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1036460> – Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный.
3. Бабенышев, С. В. Методы оптимизации : учебное пособие / С. В. Бабенышев, Е. Н. Матеров. - Железногорск : Сибирская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2019. - 134 с. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1082159> – Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный.
4. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации. Практический курс: учебное пособие с мультимедиа сопровождением / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - Москва : Логос, 2020. - 424 с: ил. - ISBN 978-5-98704-540-4. - URL: <https://znanium.ru/read?id=367449> – Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный.

### **8.2. Дополнительная литература:**

1. Крутиков, В. Н. Задачи по оптимизации: теория, примеры и задачи: учебное пособие / В. Н. Крутиков, Е. С. Чернова; Кемеровский государственный университет. - Кемерово: КемГУ, 2018. - 112 с. - ISBN 978-5-8353-2397-5. - URL: <https://e.lanbook.com/book/134330>  
- Режим доступа: для авториз. пользователей.- Текст: электронный.
2. В.А. Горелик Исследование операций и методы оптимизации: учебник для студ. учреждений высш. пед. проф. Образования,- М.: Издательский центр «Академия», 2013.- 272 с.

## **9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)**

### **9.1. Общесистемные требования**

#### **Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»**

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) Университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», как на территории Университета, так и вне ее.

Функционирование ЭИОС обеспечивается соответствующими средствами информационно-коммуникационных технологий и квалификацией работников, ее использующих и поддерживающих. Функционирование ЭИОС соответствует законодательству Российской Федерации.

Адрес официального сайта университета: <http://kchgu.ru>.

Адрес размещения ЭИОС ФГБОУ ВО «КЧГУ»: <https://do.kchgu.ru>.

### Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

| Учебный год           | Наименование документа с указанием реквизитов  | Срок действия документа            |
|-----------------------|--|------------------------------------|
| 2025-2026 учебный год | Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум».<br>Договор № 249 эбс от 14.05.2025 г.<br>Электронный адрес: <a href="https://znanium.com">https://znanium.com</a>                             | от 14.05.2025г.<br>до 14.05.2026г. |
| 2025-2026 учебный год | Электронно-библиотечная система «Лань».<br>Договор № 10 от 11.02.2025 г.<br>Электронный адрес: <a href="https://e.lanbook.com">https://e.lanbook.com</a>                                     | от 11.02.2025г.<br>до 11.02.2026г. |
| 2025-2026 учебный год | Электронно-библиотечная система КЧГУ.<br>Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1.<br>Электронный адрес: <a href="http://lib.kchgu.ru">http://lib.kchgu.ru</a> | Бессрочный                         |
| 2025-2026 учебный год | Национальная электронная библиотека (НЭБ).<br>Договор №101/НЭБ/1391-п от 22.02.2023 г.<br>Электронный адрес: <a href="http://rusneb.ru">http://rusneb.ru</a>                                 | Бессрочный                         |
| 2025-2026 учебный год | Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU». Лицензионное соглашение №15646 от 21.10.2016 г.<br>Электронный адрес: <a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>                      | Бессрочный                         |
| 2025-2026 учебный год | Электронный ресурс Polpred.com Обзор СМИ.<br>Соглашение. Бесплатно.<br>Электронный адрес: <a href="http://polpred.com">http://polpred.com</a>  | Бессрочный                         |

### 9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

Занятия проводятся в учебных аудиториях, предназначенных для проведения занятий лекционного и практического типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с расписанием занятий по образовательной программе. С описанием оснащённости аудиторий можно ознакомиться на сайте университета, в разделе материально-технического обеспечения и оснащённости образовательного процесса по адресу: <https://kchgu.ru/sveden/objects/>

### 9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения

- Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная
- Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная
- ABBY FineReader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
- Calculate Linux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
- Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная
- Kaspersky Endpoint Security (Лицензия № 280E-210210-093403-420-2061), с 25.01.2023 г. по 03.03.2025 г.

- Kaspersky Endpoint Security. Договор №0379400000325000001/1 от 28.02.2025г.  
Срок действия лицензии с 27.02.2025г. по 07.03.2027г.

#### ***9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы***

1. Федеральный портал «Российское образование» - <https://edu.ru/documents/>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>
3. Базы данных Scopus издательства Elsevir<http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.
4. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.
7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window/edu.ru>.

#### **10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья**

В ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева» созданы условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Специальные условия для получения образования по ОПВО обучающимися с ограниченными возможностями здоровья определены «Положением об обучении лиц с ОВЗ в КЧГУ», размещенным на сайте Университета по адресу: <http://kchgu.ru>.

### 11. Лист регистрации изменений

| <b>Изменение</b> | <b>Дата и номер протокола<br/>ученого совета<br/>факультета/ института,<br/>на котором были<br/>рассмотрены вопросы о<br/>необходимости внесения<br/>изменений в ОПВО</b> | <b>Дата и номер<br/>протокола ученого<br/>совета<br/>Университета, на<br/>котором были<br/>утверждены<br/>изменения в ОПВО</b> |
|------------------|---|--|
|                  |   |  |